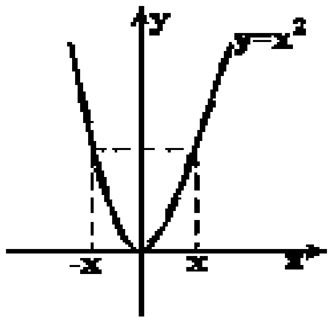
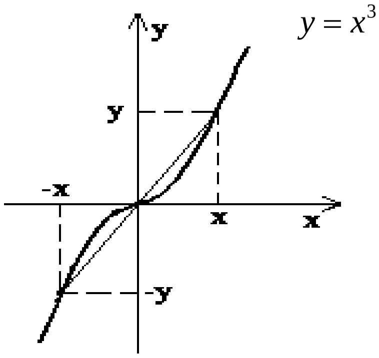
ПРАКТИКАЛЫҚ САБАҚ №7

Функцияның шегі. Шексіз кіші функциялар, олардың қасиеттері. Шексіз үлкен функциялар. Шектер туралы негізгі теоремалар.

Есеп 1. $y = x^2$ - жұп функция, ал $y = x^3$ - тақ функция.





Есеп 2. Барлық элементар функциялардың графигін салып, анықталу және мәндер облыстарын табыңыз.

Есеп 3. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 7x}{\sin 3x}$ шегін табыңыз.

Шешімі: $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 7x}{\sin 3x} = \lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\dfrac{\sin 7x}{7x}\cdot 7}{\dfrac{\sin 3x}{3x}\cdot 3x} = \lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{7x}{3x}\right)\cdot \lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\dfrac{\sin 7x}{7x}}{\dfrac{\sin 3x}{3x}} = \dfrac{7}{3}$.

Есеп 4. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{2x+1}{2x-1}\right)^{3x+1}$ шегін табыңыз.

Шешімі: $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{2x+1}{2x-1}\right)^{3x+1} = \lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{2x-1+2}{2x-1}\right)^{3x+1} = \lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\dfrac{2}{2x-1}\right)^{3x+1}$.

$\dfrac{2}{2x-1} = \dfrac{1}{y}$ белгілеуін енгізсек, $x = y + 1/2$ және $x\to\infty$ жағдайда $y\to\infty$.

Сондықтан, $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\dfrac{2}{2x-1}\right)^{3x+1} = \lim\limits_{y\to\infty}\left(1+\dfrac{1}{y}\right)^{3y+5/2} = \lim\limits_{y\to\infty}\left(\left(\left(1+\dfrac{1}{y}\right)^{y}\right)^{3}\left(1+\dfrac{1}{y}\right)^{5/2}\right) = e^3$.

Есеп 5. Берілген функцияны үзіліссіздікке зерттеңіз.

$$y = \begin{cases} x^2, & \textit{егер } x \le 1 \\ 2, & \textit{егер } x > 1 \end{cases}$$

$y(1-0) = \lim\limits_{x\to 1-0} y = \lim\limits_{x\to 1-0} x^2 = 1,\quad y(1+0) = \lim\limits_{x\to 1+0} y = \lim\limits_{x\to 1+0} 2 = 2$.

$x_0 = 1$ нүктесі бірінші түрдегі үзіліс нүктесі, себебі $y(1-0)\ne y(1+0)$.